

Sadržaj

Popis slika	xi
Popis tablica	xiii
Predgovor	xv
1 OSNOVE MATEMATIKE	1
1.1 Osnove matematičke logike	2
1.2 Binarne relacije	4
1.2.1 Uređeni skupovi	5
1.3 Funkcije	7
1.3.1 Teorem o inverznoj funkciji	8
1.3.2 Ekvipotencija i beskonačni skupovi	9
1.4 Prirodni brojevi	10
1.4.1 Brojevni sustavi	12
1.4.2 Uređaj na skupu prirodnih brojeva	12
1.4.3 Binomni poučak	13
1.5 Cijeli brojevi	16
1.6 Racionalni brojevi	17
1.7 Realni brojevi	19
1.7.1 Aritmetika računala	20
1.7.2 Apsolutna vrijednost	21
1.8 Kompleksni brojevi	23
1.8.1 Trigonometrijski oblik	25
1.8.2 Eksponencijalni oblik	28
2 LINEARNA ALGEBRA	31
2.1 Matrice	32
2.1.1 Zbrajanje matrica	34
2.1.2 Množenje matrice sa skalarom	34
2.1.3 Množenje matrica	35
2.1.4 Nul-matrica i jedinična matrica	37

2.1.5	Transponirana matrica	38
2.1.6	Još o množenju matrica	39
2.2	Matrični zapis sustava linearnih jednadžbi	40
2.3	Rješavanje trokutastih sustava	41
2.4	Gaussova eliminacija	44
2.4.1	Primjeri	47
2.4.2	Pivotiranje	50
2.4.3	Elementarne matrice transformacija	51
2.5	Linearna nezavisnost	52
2.6	Rang matrice	53
2.7	Kronecker–Capellijev teorem	54
2.8	Inverzna matrica	56
2.9	Determinante	58
2.9.1	Svojstva determinanti	60
2.9.2	Podmatrice i poddeterminante	62
2.9.3	Laplaceov razvoj determinante	62
2.9.4	Računanje inverzne matrice	63
2.9.5	Cramerovo pravilo	63
2.10	Rješavanje električne mreže	64
3	VEKTORSKA ALGEBRA I ANALITIČKA GEOMETRIJA	71
3.1	Vektori	72
3.2	Zbrajanje vektora	74
3.3	Množenje vektora skalarom	75
3.4	Prostor radijus-vektora	77
3.5	Koordinatizacija	77
3.5.1	Koordinatizacija pravca	77
3.5.2	Koordinatizacija ravnine	78
3.5.3	Koordinatizacija prostora	80
3.6	Duljina vektora, jedinični vektor, kut između vektora i kosinusi smjerova	82
3.7	Linearna nezavisnost vektora	83
3.8	Baza prostora \mathcal{E}	84
3.9	Skalarni produkt	85
3.10	Vektorski produkt	87
3.11	Mješoviti produkt	90
3.12	Vektorsko-vektorski produkt	93
3.13	Pravac	93
3.14	Ravnina	96
3.15	Primjene	98
3.15.1	Primjeri	101

4	FUNKCIJE REALNE VARIJABLE	105
4.1	Načini zadavanja funkcija	107
4.1.1	Tablično zadavanje	107
4.1.2	EksPLICITNO zadavanje	108
4.1.3	IMPLICITNO zadavanje	109
4.1.4	Parametarsko zadavanje	112
4.2	Klasifikacija funkcija	115
4.3	Limes	117
4.3.1	Svojstva limesa	119
4.3.2	Limes slijeva i zdesna	122
4.3.3	Limes u beskonačnosti	123
4.3.4	Beskonačan limes	124
4.4	Neprekidnost	125
4.4.1	Svojstva neprekidnih funkcija	126
4.4.2	Vrste prekida	128
4.5	Asimptote	130
4.6	Pregled elementarnih funkcija	132
4.6.1	Konstantna funkcija	132
4.6.2	Potencija	133
4.6.3	Eksponencijalna funkcija	136
4.6.4	Logaritamska funkcija	139
4.6.5	Trigonometrijske funkcije	141
4.6.6	Arkus funkcije	149
4.6.7	Klasifikacija elementarnih funkcija	153
4.6.8	Polinomi i racionalne funkcije	154
4.6.9	Hiperbolne i area funkcije	156
5	DERIVACIJE I PRIMJENE	161
5.1	Derivacija	162
5.1.1	Tangenta i normala	165
5.1.2	Derivacije slijeva i zdesna	166
5.1.3	Pravila deriviranja	167
5.1.4	Deriviranje implicitno zadane funkcije	170
5.1.5	Derivacije elementarnih funkcija	170
5.1.6	Logaritamsko deriviranje	174
5.2	Diferencijal	175
5.2.1	Približno računanje	176
5.3	Više derivacije i diferencijali	177
5.4	Deriviranje parametarski zadane funkcije	179
5.5	Teoremi diferencijalnog računa	180
5.5.1	Fermatov i Rolleov teorem	180
5.5.2	Cauchyjev i Lagrangeov teorem srednje vrijednosti . . .	181

5.5.3	L'Hospitalovo pravilo i računanje limesa neodređenihoblika	184
5.6	Monotonost	186
5.7	Ekstremi	188
5.7.1	Geometrijski ekstrem	192
5.8	Zakrivljenost	193
5.9	Ispitivanje toka funkcije	197
5.9.1	Parametarski zadana funkcija	203
5.10	Rješavanje problema ravnoteže	210
6	NIZOVI I REDOVI	215
6.1	Niz realnih brojeva	216
6.1.1	Gomilište i podniz	219
6.1.2	Omeđenost, monotonost i konvergencija	221
6.1.3	Broj e	222
6.1.4	Svojstva limesa	223
6.1.5	Cauchyjev niz	225
6.1.6	Dva važna limesa	225
6.2	Red realnih brojeva	227
6.2.1	Nužan uvjet konvergencije	229
6.2.2	Kriteriji konvergencije	230
6.2.3	Apsolutna konvergencija	233
6.2.4	Alternirani redovi	234
6.3	Niz funkcija	235
6.4	Red funkcija	236
6.4.1	Ispitivanje konvergencije	238
6.4.2	Red potencija	239
6.4.3	Deriviranje reda funkcija	240
6.5	Taylorov red	242
	Indeks	248

Popis slika

1.1	Apsolutna vrijednost $ x $	22
1.2	Kompleksni broj	24
1.3	Krug u kompleksnoj ravnini	26
1.4	Dio kompleksne ravnine	26
1.5	Elipsa u kompleksnoj ravnini	27
2.1	Pravci koji se sijeku	33
2.2	Električna mreža	64
2.3	Standardna grana mreže	65
3.1	Ekvivalentne usmjerene dužine	73
3.2	Zbrajanje vektora (pravilo trokuta)	74
3.3	Pravilo paralelograma	75
3.4	Pravilo poligona	76
3.5	Asocijativnost zbrajanja vektora	76
3.6	Koordinatizacija ravnine	78
3.7	Koordinatizacija prostora	80
3.8	Komponente vektora	82
3.9	Skalarni produkt	86
3.10	Vektorski produkt	88
3.11	Modul vektorskog produkta	88
3.12	Površina trokuta	90
3.13	Mješoviti produkt	91
3.14	Volumen tetraedra	92
3.15	Pravac u prostoru	94
3.16	Pravac kao presjek ravnina	96
3.17	Ravnina u prostoru	97
3.18	Sjecište pravca i ravnine	102
3.19	Projekcija točke na pravac	103
3.20	Projekcija točke na ravninu	104
4.1	Tablično zadana funkcija	107
4.2	Linearna interpolacija	108

4.3	Implicitno zadana funkcija $x + \arccos(xy) = 0$	110
4.4	Funkcija $y = \cos(x)/x$	111
4.5	Implicitno zadana kružnica	112
4.6	Descartesov list	113
4.7	Cikloida	113
4.8	Limes funkcije	118
4.9	Pravilo uklještene funkcije	120
4.10	Funkcija $\text{sign}(x)$	123
4.11	Funkcija $\sin x/x$	124
4.12	Funkcija $1/x$	125
4.13	Beskonačan limes	126
4.14	Neprekidna funkcija	128
4.15	Funkcija $\sin \frac{1}{x}$	129
4.16	Kosa asimptota	131
4.17	Konstantna funkcija	133
4.18	Potenciranje s prirodnim brojem	134
4.19	Funkcije $f(x) = x^{-k}$, $k \in \mathbb{N}$	135
4.20	Funkcija $f(x) = \sqrt{x}$	136
4.21	Funkcija $f(x) = \sqrt[3]{x}$	137
4.22	Funkcija $\text{galeb}(x) = \sqrt[4]{x^2}$	137
4.23	Eksponencijalne funkcije 2^x i 2^{-x}	138
4.24	Funkcije 10^x i e^x	138
4.25	Funkcija $f(x) = \log_2 x$	139
4.26	Funkcija $f(x) = \log_{1/2} x$	140
4.27	Trigonometrijska kružnica	142
4.28	Sinus i kosinus	143
4.29	Tangens	145
4.30	Kotangens	146
4.31	Opća sinusoida	147
4.32	Kosinusov poučak	148
4.33	Adicioni teoremi	149
4.34	Arkus sinus	150
4.35	Kompozicije restrikcije sinusa s arkus sinusom	151
4.36	Funkcija $\arcsin(\sin x)$	151
4.37	Arkus kosinus	152
4.38	Arkus tangens i arkus kotangens	153
4.39	Sinus hiperbolni i kosinus hiperbolni	156
4.40	Tangens hiperbolni i kotangens hiperbolni	158
4.41	Area sinus hiperbolni i area kosinus hiperbolni	159
4.42	Area tangens hiperbolni i area kotangens hiperbolni	159
5.1	Izolirana točka	163

5.2	Tangenta na krivulju	166
5.3	Elipsa i tangenta	171
5.4	Diferencijal	175
5.5	Fermatov teorem	181
5.6	Geometrijska interpretacija Lagrangeovog teorema	183
5.7	Pretpostavke Lagrangeovog teorema	183
5.8	Intervali monotonosti	188
5.9	Lokalni i globalni ekstremi	189
5.10	Valjak upisan u stožac	192
5.11	Volumen upisanog valjka	194
5.12	Strogo konveksna funkcija	195
5.13	Konkavna i konveksna funkcija	196
5.14	Graf iracionalne funkcije	203
5.15	Varijable x i y Descartesovog lista	207
5.16	Derivacije varijabli Descartesovog lista po parametru	208
5.17	Derivacije Descartesovog lista po varijablama x i y	209
5.18	Položaj ravnoteže mehaničkog sustava	210
6.1	Proširenje po neprekidnosti	227
6.2	Konvergencija niza funkcija	236
6.3	Konvergencija geometrijskog reda funkcija	238
6.4	Konvergencija reda potencija	242
6.5	Taylorov red za $\sin x$	244
6.6	Taylorov red za e^x	245
6.7	Taylorov red za $\ln(1 + x)$	247
6.8	Taylorov red za $\ln((1 + x)/(1 - x))$	248